

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ПРВИ РАЗРЕД ГИМНАЗИЈЕ

- 2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.1.1.3. Примењује правила заокруживања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама
- 2.МА.1.1.4 Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне једначине.
- 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине .
- 2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свде на систем две линеарне једначине са две непознате.
- 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.
- 2.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, транслације и ротације у равни.
- 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.2.8. Уме да реализује и примени једноставне геометријске конструкције
- 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне функције
- 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).
- 2.МА.1.4.1. Пребројава могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.4.2. Примењује рачун са пропорцијама и процентни рачун при решавању једноставних практичних проблема.
- 2.МА.2.1.1. Преводи бројеве из једног бројног система у други.
- 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.2.1.4. Рачуна са приближним бројевима и процењује грешку.
- 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.
- 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције .
- 2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свде на системе линеарних једначина са највише три непознате.
- 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).
- 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...).
- 2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција.
- 2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима.
- 2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.

2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина .

ТЕМА: Логика и скупови

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик и систематично и прецизно представи идеју и решење;
- користи логичке и скуповне операције;
- користи функције и релације и њихова својства;
- представи природан број у канонском облику и на основу тога одреди НЗС и НЗД бројева;
- преведе цео број из једног позиционог система у други.

ОСНОВНИ НИВО

1. Испитати да ли је исказна формула $[(p \vee r) \wedge 7q] \Rightarrow [r \Leftrightarrow 7(p \wedge q)]$ таутологија.

2. Дате су функције $f(2x - 1) = x + 4$ и $g(x) = \frac{x-3}{2}$. Одредити композицију функција $f \cdot g$, као и инверзну функцију f^{-1} и g^{-1} .

СРЕДЊИ НИВО

1. Дат је скуп $S = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.
Одреди скупове $A = \left\{x \mid x \in S \wedge \frac{2x+1}{3} \in Z\right\}$,
 $B = \{x \mid x \in S \wedge x^2 \leq x\}$
 $C = \left\{x \mid x \in S \wedge x + 2 \in N \wedge \frac{7x-5}{2} < 2\right\}$
а затим одреди скупове $P(A)$,
 $(A \cap C) \cup (B \setminus A)$, $A \Delta C$ и $C \times A$.

2. Дате су функције $f\left(\frac{x+4}{2}\right) = (3x - 2)$,
 $g(2x + 3) = 3x + 1$ и $h(x) = \frac{3x}{2} - 1$.
Одредити композицију функција
 $f \cdot g \cdot h^{-1}$.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Испитати да ли важи скуповни идентитет

$$(A \times C) \setminus (B \times C) = (A \setminus B) \times C.$$

2. Ако је

$$f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 2f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = x, \text{ наћи } f(x).$$

ТЕМА: Цели и реални бројеви		
ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:		
<ul style="list-style-type: none"> • представи природан број у канонском облику и на основу тога одреди НЗС и НЗД бројева; • преведе цео број из једног позиционог система у други • користи, приказује на бројевној прави и пореди природне, целе, рационалне и реалне бројеве; • преводи рационалне бројеве из једног записа у други; • на основу реалног проблема састави и израчуна вредност бројевног израза, процени вредност једноставнијих израза и тумачи резултат; • рачуна са приближним вредностима бројева, процењује грешку и по потреби користи калкулатор 		
ОСНОВНИ НИВО Одреди НЗС и НЗД бројева 144, 28 и 256. Пребацити број 26 из декадног у бинарни бројевни систем .	СРЕДЊИ НИВО Приближно израчунати $\frac{5x-y}{xy}$, ако је $x = 3,12 \pm 0,02$, $y = 2,08 \pm 0,01$.	НАПРЕДНИ НИВО Доказати да је $\sqrt{2}$ ирационалан број.
ТЕМА: Пропорционалност		
ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:		
<ul style="list-style-type: none"> • примени пропорцију и процентни рачун у реалном контексту; • примени прост каматни рачун за доношење финансијских одлука; 		
ОСНОВНИ НИВО Цена неког артикла је 5800 динара. Колико износи цена после појефтињења од 15%?	СРЕДЊИ НИВО После поскупљења од 10% и појефтињења од 10%, цена хаљине износила је 9702 динара. Одреди првобитну цену.	НАПРЕДНИ НИВО Радника 120 треба да пошуми 5 хектара за 14 дана, радећи 5 сати дневно. Међутим после 4 дана рада дођу још 30 радника. Тада је одлучено да се посао заврши два дана пре планираног рока и да се један од планираних хектара не пошумљава. Колико часова треба да раде да би завршили посао?

ТЕМА: Увод у геометрију		
<p>ИСХОДИ</p> <p>По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:</p> <ul style="list-style-type: none"> • разликује узајмне положаје тачака, правих и равни; 		
ТЕМА: Подударност		
<p>ИСХОДИ</p> <p>По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:</p> <ul style="list-style-type: none"> • примени својства троуглова, четвороуглова и кругова, укључујући и примену у реалном контексту; • примени подударност у равни (симетрије, транслација, ротација); • користи линеарне операције са векторима и примени њихова основна својства; • докаже једноставнија геометријска тврђења користећи подударност и векторе; • конструише геометријске објекте у равни користећи њихова својства; 		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
<p>1. Дати су вектори \vec{a}, \vec{b} и \vec{c}. Конструисати вектор $2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.</p> <p>2. Доказати подударност троуглова ако су им једнаки одговарајући елементи $a = a_1, b = b_1, h_b = h_{b_1}$.</p>	<p>1. Доказати да је збир тежишних дужи троугла нула вектор.</p> <p>2. Доказати подударност троуглова ако су им једнаки одговарајући елементи $a = a_1, t_a = t_{a_1}, h_a = h_{a_1}$.</p>	<p>1. Троугао ABC има унутрашње углове $\beta = 15^\circ, \gamma = 30^\circ$. Права која садржи тачку A и нормална је на AB сече дуж BC у тачки D. Доказати да је $2AC = BD$.</p> <p>2. Конструисати троугао ако су дати висина и тежишна дуж које одговарају истој страници и полупречник описане кружнице.</p>

Тема: Рационални алгебарски изрази**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- трансформише целе и рационалне алгебарске изразе;
- користи важније неједнакости и однос аритметичке и геометријске средине;

ОСНОВНИ НИВО

Дати су полиноми $P = x - 2$,
 $Q = x^2 + 2x - 1$, $R = x + 1$.

Одредити $P^2 \cdot Q - 2R^3$.

2. Сређити изразе 1) $\frac{a+2}{a-2} : \frac{a^2+4a+4}{a^2-4}$.
 2) $\left(\frac{3a}{a+b} + \frac{a}{a-b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}\right) : \frac{4ab}{a^2-b^2}$

СРЕДЊИ НИВО

1. Растави на чиниоце полином

$$x^3 - 8x^2 + x + 42.$$

2. Сређити израз
 $\frac{a^2-5a+6}{a^2+7a+12} : \frac{a^2-4a+4}{a^2+3a}$.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Упрости разломак

$$\frac{y}{x} + \frac{x^4 - y^4}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x^3 + y^2x}{x + y} + x$$

$$\left(\frac{x^2 - x}{x^2 + 1} + \frac{2x^2}{x^3 - x^2 + x - 1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

2. Сређи израз $\left(\frac{3x+1}{x^2+4x+4} - \frac{x-3}{x^2-4} - \frac{2}{x+2}\right) : \left(\frac{3}{x} + \frac{15}{-x^2-2x}\right)$

Тема: Линеарне једначине, неједначине и системи**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- реши линеарне једначине и дискутује њихова решења у зависности од параметра;
- реши линеарне неједначине;
- графички представи линеарну функцију и анализира њен график;
- реши проблем који се сводина линеарну једначину, неједначину и систем линеарних једначина са највише три непознате, дискутује и тумачи решења

ОСНОВНИ НИВО

1. Решити једначину $\frac{x-2}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{4}$.

СРЕДЊИ НИВО

1. Решити једначину $\frac{6x+5}{4x+3} + \frac{3x-7}{3-4x} = \frac{12x^2+30x-21}{16x^2-9}$.
 Type equation here.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Решити једначину $\frac{22}{x^4+2x^3+4x^2} + \frac{x+1}{8-x^3} = \frac{1}{2x^2-x^3} - \frac{1}{x^2}$.

<p>2. Решити неједначину $\frac{x-3}{1-x} \geq 1$.</p> <p>3. Испитати ток и скицирати график функције $y = 2x - 4$.</p> <p>4. Решити систем једначина</p> $\begin{aligned} 2x - 3y &= 8 \\ 3x + 5y &= 10 \end{aligned}$	<p>2. Решити неједначину $1 \leq \frac{2x-3}{2-x} \leq 3$.</p> <p>3. Испитати ток и скицирати график функције $y = x - 1$.</p> <p>4. Решити систем једначина</p> $\begin{aligned} x+2y-5z &= 6 \\ -2x+y+2z &= 5 \\ -3x+3y-4z &= 8 \end{aligned}$	<p>2. Решити неједначину $\frac{ x-1 }{x^2+4x-5} \geq 2$.</p> <p>3. Испитати ток и скицирати график функције $y = x + 2 - 2x - 4 - 2x + 3$.</p> <p>4. Решити систем једначина</p> $\begin{aligned} \frac{6}{2x+y-1} - \frac{2}{2x-y+3} &= \frac{5}{2} \\ \frac{4}{2x+y-1} - \frac{4}{y-2x-3} &= 3 \end{aligned}$
---	--	--

Тема: Сличност

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени сличност и хомотетију у равни

ОСНОВНИ НИВО

Дата је дуж АВ. Одредити на тој дужи тачку М тако да је $AM:MB=2:1$.

СРЕДЊИ НИВО

У троуглу АВС дуж DE је паралелна са АВ. Наћи АС, ако је $AD=CE$, $CD=4$, $BE=9$.

НАПРЕДНИ НИВО

Дужине тежишних дужи у правоуглом троуглу су $t_a=7$ и $t_b=4$. Наћи дужину хипотенузе с.

Тема: Тригонометрија правоуглог троугла

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- одреди вредности тригонометријских функција углова од 30° , 60° и 90° ;
- примени тригонометрију правоуглог троугла у реалним ситуацијама уз коришћење калкулатора

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ДРУГИ РАЗРЕД ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКОГ СМЕРА

- 2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине.
- 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.
- 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).
- 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.
- 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.
- 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.
- 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције .
- 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.
- 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).
- 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.
- 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...).
- 2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција.
- 2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима.
- 2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.
- 2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина.
- 2.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима.
- 2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.

ТЕМА: Степеновање и кореновање**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- трансформише и израчуна вредност израза са степенима користећи својства операција и функција, по потреби користећи калкулатор;
- скицира, тумачи и трансформише график степене функције;
- комплексни број задат у алгебарском облику представи у равни, одреди његов модуло и решава проблеме у којима примењује основне операције са комплексним бројевима;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Степен са целим и рационалним изложивоцем

Ученик ће бити у стању да примени својства рачунских операција са степеном и кореном у задатој ситуацији

ОСНОВНИ НИВО

Средити израз

$$\left(\left(\frac{2a^{-2}}{3ab^{-3}} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{4a^{-2}}{3b^{-3}} \right)^{-3} \right) \cdot \frac{1}{12a^5b^{-2}}$$

Израчунати

$$\left[4^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\sqrt{(-2)^2 - 1,8} \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{(-1)^3} + 2,2 \right)$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{a^5}} \cdot \sqrt[12]{\sqrt{a^3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[8]{a^9}} \cdot \sqrt[12]{a}$$

СРЕДЊИ НИВО

Средити израз

$$\left(\frac{3x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}} \right)^{-1} - \left(\frac{1-2x}{3x-2} \right)^{-1}$$

Израчунати

$$\sqrt{7 + \sqrt{48}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{7\sqrt[3]{54}} + 15\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{4\sqrt[4]{32}} + \sqrt[3]{9\sqrt[4]{162}}}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Средити израз

$$\frac{\left(a^{\frac{1}{m}} - a^{\frac{1}{n}} \right)^2 + 4a^{\frac{m+n}{mn}}}{\left(a^{\frac{2}{m}} - a^{\frac{2}{n}} \right) \left(\sqrt[m]{a^{m+1}} + \sqrt[n]{a^{n+1}} \right)}$$

Израчунати

$$\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57}$$

Рационалисање имениоца

Ученик ће бити у стању да употребом одговарајућих правила и поступака сведе именилац разломка на природан број

ОСНОВНИ НИВО

Рационалисати именилац разломка

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$$

СРЕДЊИ НИВО

Рационалисати именилац разломка

$$\frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Рационалисати именилац разломка

$$\frac{7}{\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}}}$$

Комплексни бројеви

Ученик ће бити у стању да решава проблеме у којима се примењују основне операције са комплексним бројевима

ОСНОВНИ НИВО

Одредити модуло броја $z = \frac{13+12i}{6i-8} + \frac{(2i+1)^2}{i+2}$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити све комплексне бројеве z који задовољавају систем једначина

$$|z+i| = |z+2| \wedge |z-2| = |z+2i|$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити све комплексне бројеве z који задовољавају једначину $z^2 = 11 - 60i$

ТЕМА: Квадратна једначина и квадратна функција**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- реши проблем који се своди на квадратне и ирационалне једначине и неједначине и њихове системе;
- скицира и тумачи график квадратне функције и користи је у реалним ситуацијама;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Квадратна једначина

Ученик ће бити у стању да реши једначине које се алгебарским трансформацијама свде на квадратне

ОСНОВНИ НИВО

Решити једначину

$$(x-2)(x+3) + (x+2)^2 - 3x - 10 = 0$$

СРЕДЊИ НИВО

Решити једначину

$$\frac{2x-1}{14x^2+7x} - \frac{2x+1}{6x^2-3x} = \frac{8}{3-12x^2}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Решити једначину у зависности од реалног параметра

$$\frac{a}{(b-1)x} - \frac{a-1}{(b-1)^2 x^2} = 1$$

Виетове формуле

Ученик ће бити у стању да примени Виетова правила у датим ситуацијама

ОСНОВНИ НИВО

За дату једначину $3x^2 - x + 7 = 0$ израчунати вредност израза $2x_1^2 x_2 + 2x_1 x_2^2$

СРЕДЊИ НИВО

У једначини $x^2 - (m+1)x + m = 0$ одредити вредност параметра m , тако да је $x_1^2 + x_2^2 = 10$

НАПРЕДНИ НИВО

Ако је $x^2 + px - q = 0$ одредити p и q тако да је $x_1 = p$ и $x_2 = q$

Једначине које се свде на квадратне

Ученик ће бити у стању да реши једначине које се увођењем одговарајућих смена свде на квадратне

ОСНОВНИ НИВО

Решити биквадратну једначину

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

СРЕДЊИ НИВО

Употребом одговарајуће смене решити

једначину $\frac{x^2+2x+7}{x^2+2x+3} = x^2+2x+4$

НАПРЕДНИ НИВО

Решити симетричну једначину

$$6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$$

Квадратна функција Ученик ће бити у стању да одреди положај квадратне функције у координатном систему, скицира њен график и одреди особине		
ОСНОВНИ НИВО Нацртати функцију и записати њене особине $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$	СРЕДЊИ НИВО У функцији $y = (m+2)x^2 + (1-m)x + m$ одредити параметар m тако да функција има максимум за $x = 2$.	НАПРЕДНИ НИВО Одредити цео број a тако да су нуле функције $y = x^2 - (a+3)x + 3a + 3$ такође цели бројеви.
Квадратна неједначина Ученик ће бити у стању да примени особине квадратне функције за решавање неједначина		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \geq 1$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $0 \leq \frac{x^2 + x}{x^2 - 6x + 9} \leq \frac{1}{2}$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $\frac{ x^2 - 2x + 4}{x^2 + x + 2 } \geq 1$
Систем једначина Ученик ће бити у стању да реши систем једначина по потреби уводећи одговарајуће смене		
ОСНОВНИ НИВО Решити систем $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 + 2x + y - 8 = 0 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$	СРЕДЊИ НИВО Решити систем $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 4 \\ x + y + xy = 2 \end{cases}$	НАПРЕДНИ НИВО Решити систем $\begin{cases} x^2 - 3xy + 4y^2 = 2 \\ 3x^2 - xy - 5y^2 = 5 \end{cases}$
Ирационалне једначине Ученик ће бити у стању да одреди дефинисаност израза и реши ирационалну једначину		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $\sqrt{2x^2 - x} = x - 2$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $\sqrt{3x - 2} - \sqrt{2x - 2} = \sqrt{x}$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $\sqrt{x - 4} + \sqrt{x - 2} - \sqrt{x - 3} - \sqrt{x - 2} = 1$
Ирационалне неједначине Ученик ће бити у стању да одреди дефинисаност израза, препозна врсту и реши ирационалну неједначину		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $\sqrt{x + 6} > \sqrt{x + 1} + \sqrt{2x - 5}$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $x\sqrt{10 - x^2} > x^2 - 6$

ТЕМА: Експоненцијалне и логаритамске функција**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна вредност експоненцијалне и логаритамске функције, по потреби користећи калкулатор;
- користи својства логаритама;
- скицира, тумачи и трансформише график експоненцијалне и логаритамске функције;
- реши проблем који се своди на експоненцијалне или логаритамске једначине и неједначине или њихове системе користећи својства одговарајућих функција;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Експоненцијална функција

Ученик ће бити у стању да израчуна вредност експоненцијалне функције, скицира, тумачи и трансформише график функције

ОСНОВНИ НИВО

Скицирати функцију $y = 2^x + 1$

СРЕДЊИ НИВО

Скицирати функцију $y = 2^{|x|+1}$

Експоненцијалне једначине

Ученик ће бити у стању да реши експоненцијалне једначине

ОСНОВНИ НИВО

Решити једначину

$$\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1}} = \frac{1}{64}$$

$$7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$$

СРЕДЊИ НИВО

Решити једначину

$$4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$$

$$x^2 \cdot 2^{-x+1} + 2^{|x-3|+2} = x^2 \cdot 2^{|x-3|+4} + 2^{x-1}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Решити једначину

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$$

Експоненцијалне неједначине

Ученик ће бити у стању да реши експоненцијалне неједначине употребљавајући и рачунске операције са степенима

ОСНОВНИ НИВО

Решити неједначину

$$5^{2x-3} > 2 \cdot 5^{x-2} + 3$$

СРЕДЊИ НИВО

Решити неједначину

$$8 \cdot 3^{\sqrt{x+4}\sqrt{x}} + 9^{\sqrt{x+1}} \geq 9^{\sqrt{x}}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Решити неједначину

$$(x-3)^{2x^2-7x} > 1$$

Особине логаритама Ученик ће бити у стању да реши проблеме употребом правила за рачун са логаритмима		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати $\log_{\sqrt[5]{5}} \frac{1}{25} + \log_9 3\sqrt{3} - 5^{2+\log_6 4 \cdot \log_5 6}$	СРЕДЊИ НИВО Израчунати $\log_{15} 18$, ако је $\log 3 = a$ и $\log 2 = b$	НАПРЕДНИ НИВО Одредити природан број n ако је $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_n (n+1) = 10$
Логаритамска функција Ученик ће бити у стању да израчуна вредност логаритамске функције, скицира, тумачи и трансформише график функције		
ОСНОВНИ НИВО Скицирати функцију $y = \log_2 (x+1)$	СРЕДЊИ НИВО Одредити област дефинисаности функције $y = \log_{x-5} \frac{x^2 + x - 2}{x+1}$	
Логаритамске једначине Ученик ће бити у стању да одреди дефинисаност израза и реши логаритамске једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $\log_3 (x+1) + \log_3 (x+3) = 1$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $\log_{3x} \left(\frac{3}{x} \right) + \log_3^2 x = 1$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$
Логаритамске неједначине Ученик ће бити у стању да одреди дефинисаност израза и реши логаритамске једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 4x + 3) \geq -3$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $\log_{2x} (2-x) < 1$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $\log_x (x^3 + 1) \cdot \log_{x+1} x > 2$

ТЕМА: Тригонометријске функције**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна вредност тригонометријске функције, по потреби користећи калкулатор;
- трансформише тригонометријске изразе;
- скицира, тумачи и трансформише графике тригонометријских функција;
- реши проблем који се своди на тригонометријске једначине и неједначине користећи својства одговарајућих функција;
- примени синусну и косинусну теорему;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Свођење на први квадрант

Ученик ће бити у стању да израчуна вредност тригонометријске функције и трансформише израз

ОСНОВНИ НИВО

Израчунати

$$\frac{\sin \frac{4\pi}{3} \cdot \cos 300^\circ \cdot \operatorname{ctg}(-150^\circ)}{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}}$$

СРЕДЊИ НИВО

Средити израз

$$\frac{\sin^3(270^\circ - \alpha) \cos(\alpha - 360^\circ)}{\operatorname{tg}^3(90^\circ - \alpha) \cos^3(270^\circ - \alpha)}$$

Тригонометријске функције

Ученик ће бити у стању да скицира, тумачи и трансформише графике тригонометријских функција

ОСНОВНИ НИВО

Одредити период функције

$$y = \sin 2x - \cos 5x$$

СРЕДЊИ НИВО

Испитати ток и нацртати график функције

$$y = 2 \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right)$$

НАПРЕДНИ НИВО

Испитати ток и нацртати график функције

$$y = \sin x + |\sin x|$$

Адиционе формуле Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати $\cos 47^\circ \cos 17^\circ + \sin 47^\circ \sin 17^\circ$	СРЕДЊИ НИВО Ако је $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ и $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, одредити $\operatorname{tg} \beta$	НАПРЕДНИ НИВО Доказати $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right)}{2 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) - \sqrt{2} \sin \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$
Тригонометријске функције двоструког угла Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати $\sin 2\alpha$ и $\operatorname{tg} 2\alpha$, ако је $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right)$	СРЕДЊИ НИВО Доказати $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$	НАПРЕДНИ НИВО Доказати $\cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \frac{\cos 2\alpha}{2}$
Тригонометријске функције половине угла Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати вредност тригонометријских функција угла $\frac{\pi}{8}$	СРЕДЊИ НИВО Израчунати $\frac{1}{2 + \cos \alpha + \sin \alpha}$, ако је $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2$	НАПРЕДНИ НИВО Одредити $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, ако је $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{2}$ и $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{3} \right)$
Трансформација производа у збир и збира у производ Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Доказати $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$	СРЕДЊИ НИВО Упростити израз $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$	НАПРЕДНИ НИВО Израчунати $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$
Тригонометријске једначине Ученик ће бити у стању да реши проблем који се своди на тригонометријске једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} = 0$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $\cos x + \sqrt{3} \sin x = m$

Тригонометријске неједначине

Ученик ће бити у стању да реши проблем који се своди на тригонометријске неједначине

ОСНОВНИ НИВО

Решити неједначину

$$\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} < \frac{1}{2}$$

СРЕДЊИ НИВО

Решити неједначину

$$\sin^2 x + \cos x + 1 < 0$$

НАПРЕДНИ НИВО

Решити неједначину

$$\operatorname{ctgx} + \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{2} \right) + 2 \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) > 0$$

Синусна и косинусна теорема

Ученик ће бити у стању да примени синусну и косинусну теорему

ОСНОВНИ НИВОРешити троугао ако је $a = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 120^\circ$ **СРЕДЊИ НИВО**У оштроуглом троуглу су дате странице $a = 15$, $b = 13$ и полупречник описаног круга $R = 8,125$. Одредити трећу страницу.**НАПРЕДНИ НИВО**Ако су a и b дужине страница, а d_1 и d_2 дијагонале паралелограма, доказати да је $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ДРУГИ РАЗРЕД ДРУШТВЕНО – ЈЕЗИЧКОГ СМЕРА

- 2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине.
- 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их .
- 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).
- 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.
- 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.
- 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.
- 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције .
- 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.
- 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).
- 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама.
- 2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.
- 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...).

ТЕМА: Степеновање и кореновање**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- трансформише и израчуна вредност израза са степенима користећи својства операција и функција, по потреби користећи калкулатор;
- скицира и тумачи график степене функције;
- комплексни број задат у алгебарском облику представи у равни, одреди његов модуло и решава проблеме у којима примењује основне операције са комплексним бројевима;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Степен са целим и рационалним изложиоцем

Ученик ће бити у стању да примени својства рачунских операција са степеном и кореном у задатој ситуацији

ОСНОВНИ НИВО

Средити израз

$$\left(\left(\frac{2a^{-2}}{3ab^{-3}} \right)^{-4} : \left(\frac{4a^{-2}}{3b^{-3}} \right)^{-3} \right) \cdot \frac{1}{12a^5b^{-2}}$$

Израчунати

$$\left[4^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\sqrt{(-2)^2} - 1,8 \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{(-1)^3} + 2,2 \right)$$

СРЕДЊИ НИВО

Средити израз

$$\left(\frac{3x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 2x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}} \right)^{-1} - \left(\frac{1-2x}{3x-2} \right)^{-1}$$

Израчунати

$$\sqrt[4]{6\sqrt{a^5}} \cdot \sqrt[12]{\sqrt{a^3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[8]{a^9}} \cdot \sqrt[12]{\sqrt{a}}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Средити израз

$$\sqrt{7 + \sqrt{48}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$$

Израчунати

$$\frac{\sqrt[4]{7^3\sqrt{54}} + 15\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{4^4\sqrt{32}} + \sqrt[3]{9^4\sqrt{162}}}$$

Рационалисање имениоца

Ученик ће бити у стању да употребом одговарајућих правила и поступака сведе именилац разломка на природан број

ОСНОВНИ НИВО

Рационалисати именилац разломка

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

СРЕДЊИ НИВО

Рационалисати именилац разломка

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Рационалисати именилац разломка

$$\frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

Комплексни бројеви

Ученик ће бити у стању да решава проблеме у којима се примењују основне операције са комплексним бројевима

ОСНОВНИ НИВО

Одредити модуо броја $z = \frac{13+12i}{6i-8} + \frac{(2i+1)^2}{i+2}$

СРЕДЊИ НИВО

Решити једначину
 $2z + 3i - 2 = 5i(2 - z)$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити све комплексне бројеве z који задовољавају систем једначина

$$|z+i| = |z+2| \quad \wedge \quad |z-2| = |z+2i|$$

ТЕМА: Квадратна једначина и квадратна функција		
ИСХОДИ		
По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:		
<ul style="list-style-type: none"> • реши проблем који се своди на квадратне једначине и неједначине и систем једне линеарне и једне квадратне једначине; • скицира и тумачи график квадратне функције; • анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; • користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; 		
Квадратна једначина		
Ученик ће бити у стању да реши једначине које се алгебарским трансформацијама свode на квадратне		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $2x^2 - 3x - 5 = 0$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $(x-2)(x+3) + (x+2)^2 - 3x - 10 = 0$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $\frac{2x-1}{14x^2+7x} - \frac{2x+1}{6x^2-3x} = \frac{8}{3-12x^2}$
Виетове формуле		
Ученик ће бити у стању да примени Виетова правила у датим ситуацијама		
ОСНОВНИ НИВО Одредити квадратну једначину чија су решења $x_1 = 2$ и $x_2 = -5$	СРЕДЊИ НИВО За дату једначину $3x^2 - x + 7 = 0$ израчунати вредност израза $2x_1^2x_2 + 2x_1x_2^2$	НАПРЕДНИ НИВО У једначини $x^2 - (m+1)x + m = 0$ одредити вредност параметра m , тако да је $x_1^2 + x_2^2 = 10$
Квадратна функција		
Ученик ће бити у стању да одреди положај квадратне функције у координатном систему, скицира њен график и одреди особине		
ОСНОВНИ НИВО Нацртати функцију и записати њене особине $y = (x-1)^2 + 3$	СРЕДЊИ НИВО Нацртати функцију и записати њене особине $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$	НАПРЕДНИ НИВО У функцији $y = (m+2)x^2 + (1-m)x + m$ одредити параметар m тако да функција има максимум за $x = 2$.
Квадратна неједначина		
Ученик ће бити у стању да примени особине квадратне функције за решавање неједначина		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $x^2 - 3x + 2 \leq 0$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \geq 1$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $0 \leq \frac{x^2 + x}{x^2 - 6x + 9} \leq \frac{1}{2}$

Систем једначина Ученик ће бити у стању да реши систем једначина		
ОСНОВНИ НИВО Решити систем $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 + 2x + y - 8 = 0 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$		

ТЕМА: Експоненцијалне и логаритамске функција		
ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да: <ul style="list-style-type: none"> • израчуна вредност експоненцијалне и логаритамске функције, по потреби користећи калкулатор; • користи својства логаритама; • скицира, тумачи и трансформише график експоненцијалне и логаритамске функције; • реши проблем који се своди на експоненцијалне или логаритамске једначине и неједначине или њихове системе користећи својства одговарајућих функција; • анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; • користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; 		
Експоненцијална функција Ученик ће бити у стању да израчуна вредност експоненцијалне функције, скицира, тумачи и трансформише график функције		
ОСНОВНИ НИВО Скицирати функцију $y = 3^x$	СРЕДЊИ НИВО Скицирати функцију $y = 2^{-x} - 2$	
Експоненцијалне једначине Ученик ће бити у стању да реши експоненцијалне једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1}} = \frac{1}{64}$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$
Експоненцијалне неједначине		

Ученик ће бити у стању да реши експоненцијалне неједначине употребљавајући и рачунске операције са степенима		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-5} > 9^{1-x}$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $4^{x+3} - 4^{x+2} + 4^{x+1} - 4^x \leq 204$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $5^{2x-3} > 2 \cdot 5^{x-2} + 3$
Особине логаритама Ученик ће бити у стању да реши проблеме употребом правила за рачун са логаритмима		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати $\log_3\left(\frac{1}{27}\right) - \log_5\sqrt[3]{25}$	СРЕДЊИ НИВО Израчунати $\log_{\sqrt[3]{5}}\frac{1}{25} + \log_9 3\sqrt{3} - 5^{2+\log_6 4 \log_5 6}$	НАПРЕДНИ НИВО Израчунати $\log_{15} 18$, ако је $\log 3 = a$ и $\log 2 = b$
Логаритамска функција Ученик ће бити у стању да израчуна вредност логаритамске функције, скицира, тумачи и трансформише график функције		
ОСНОВНИ НИВО Скицирати функцију $y = \log_3 x$	СРЕДЊИ НИВО Скицирати функцију $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$	
Логаритамске једначине Ученик ће бити у стању да одреди дефинисаност израза и реши логаритамске једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $\log_2(x^2 - 5) = 2$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $\log_{3x}\left(\frac{3}{x}\right) + \log_3^2 x = 1$
Логаритамске неједначине Ученик ће бити у стању да одреди дефинисаност израза и реши логаритамске једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 3) \geq -3$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $\log_3(x+1) - \log_3(x+3) > 1$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $\log_{2x}(2-x) < 1$

ТЕМА: Тригонометријске функције**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна вредност тригонометријске функције, по потреби користећи калкулатор;
- трансформише тригонометријске изразе;
- скицира, тумачи и трансформише графике тригонометријских функција;
- реши проблем који се своди на тригонометријске једначине и неједначине користећи својства одговарајућих функција;
- примени синусну и косинусну теорему;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Свођење на први квадрант

Ученик ће бити у стању да израчуна вредност тригонометријске функције и трансформише израз

ОСНОВНИ НИВО

Израчунати

$$\frac{\sin \frac{4\pi}{3} \cdot \cos 300^\circ \cdot \operatorname{ctg}(-150^\circ)}{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}}$$

СРЕДЊИ НИВО

Средити израз

$$\frac{\sin^3(270^\circ - \alpha) \cos(\alpha - 360^\circ)}{\operatorname{tg}^3(90^\circ - \alpha) \cos^3(270^\circ - \alpha)}$$

Тригонометријске функције

Ученик ће бити у стању да скицира, тумачи и трансформише графике тригонометријских функција

ОСНОВНИ НИВО

Одредити период функције $y = \cos \frac{5x}{3}$

СРЕДЊИ НИВО

Испитати ток и нацртати график функције
 $y = \cos 4x$

НАПРЕДНИ НИВО

Испитати ток и нацртати график функције
 $y = 2 \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right)$

Адиционе формуле

Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз

ОСНОВНИ НИВО

Израчунати $\sin 75^\circ$

СРЕДЊИ НИВО

Израчунати $\cos 47^\circ \cos 17^\circ + \sin 47^\circ \sin 17^\circ$

НАПРЕДНИ НИВО

Ако је $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ и $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, одредити $\operatorname{tg} \beta$

Тригонометријске функције двоструког угла Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати $\sin 2\alpha$ и $\operatorname{tg} 2\alpha$, ако је $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$	СРЕДЊИ НИВО Одредити формулу за $\sin 3\alpha$	НАПРЕДНИ НИВО Доказати $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$
Тригонометријске функције половине угла Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Израчунати вредност тригонометријских функција угла $\frac{\pi}{8}$	СРЕДЊИ НИВО Израчунати $\sin \frac{\alpha}{2}$, ако је $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$	НАПРЕДНИ НИВО Израчунати $\frac{1}{2 + \cos \alpha + \sin \alpha}$, ако је $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2$
Трансформација производа у збир и збира у производ Ученик ће бити у стању да трансформише тригонометријски израз		
ОСНОВНИ НИВО Трансформисати у производ $\sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{7}$	СРЕДЊИ НИВО Доказати $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$	НАПРЕДНИ НИВО Упростити израз $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$
Тригонометријске једначине Ученик ће бити у стању да реши проблем који се своди на тригонометријске једначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити једначину $\cos 3x = -\frac{1}{2}$	СРЕДЊИ НИВО Решити једначину $2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} = 0$	НАПРЕДНИ НИВО Решити једначину $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$
Тригонометријске неједначине Ученик ће бити у стању да реши проблем који се своди на тригонометријске неједначине		
ОСНОВНИ НИВО Решити неједначину $\cos 3x < \frac{\sqrt{2}}{2}$	СРЕДЊИ НИВО Решити неједначину $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 < 0$	НАПРЕДНИ НИВО Решити неједначину $\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} < \frac{1}{2}$

Синусна и косинусна теорема

Ученик ће бити у стању да примени синусну и косинусну теорему

ОСНОВНИ НИВО

Решити троугао ако је $a = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 120^\circ$

СРЕДЊИ НИВО

У оштроуглом троуглу су дате странице $a = 15$, $b = 13$ и полупречник описаног круга $R = 8,125$. Одредити трећу страницу.

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ТРЕЋИ РАЗРЕД ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКОГ СМЕРА

- 3.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други
- 3.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 3.МА.1.1.3. Примењује правила заокруживања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.
- 3.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине.
- 3.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 3.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свде на систем две линеарне једначине са две непознате.
- 3.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, translације и ротације у равни.
- 3.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура и равни користећи формуле.
- 3.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле.
- 3.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.
- 3.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда.
- 3.МА.1.2.6. Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их.
- 3.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.
- 3.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа.
- 3.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 3.МА.1.4.6. Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.
- 3.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.
- 3.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 3.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.
- 3.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свде на системе линеарних једначина са највише три непознате.
- 3.МА.2.2.1. Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска тврђења, метричка својства и распоред геометријских објеката.
- 3.МА.2.2.2. Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину.
- 3.МА.2.2.3. Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.
- 3.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема.
- 3.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама.

- 3.МА.2.3.1. Решава проблеме користећи својства аритметичког и геомтријског низа, примењује математичку индкучију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима.
- 3.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.
- 3.МА.3.1.1. Комплексне бројеве представља у тригонометријском и експоненцијалном облику и рачуна вредност израза са комплексним бројевима.
- 3.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција.
- 3.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима.
- 3.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметра и једноставне системе нелинеарних једначина.
- 3.МА.3.2.1. Примењује основне теореме планиметрије и њихове последице у решавању проблема и у доказивању геометријских тврђења.
- 3.МА.3.2.2. Решава геометријске проблеме и доноси закључке користећи изометријске трансформације у равни и простору.
- 3.МА.3.2.3. Решава проблеме користећи једначине кривих другог реда и њихових тангенти у координатном систему.
- 3.МА.3.2.4. Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ...)
- 3.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима.
- 3.МА.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геомтријски низ и израз за суму бесконачног геомтријског низа у проблемским ситуацијама.



ТЕМА: Полиедри и обртна тела

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- разликује узајамне положаје тачака, правих и равни у простору;
- разликује врсте правилних полиедара на основу њихових особина;
- реши геометријски проблем користећи изометријске трансформације у простору;
- израчуна површину и запремину призме, пирамиде и зарубљене пирамиде и примени их у различитим ситуацијама;
- израчуна површину и запремину ваљка, купе, зарубљене купе и лопте, и примени их у различитим ситуацијама;
- уочава равне пресеке тела и израчуна њихову површину;

ОСНОВНИ НИВО

1. Израчунати површину квадра чија је дужина дијагонале 20cm, а дужине основних ивица 4cm и 6cm.
2. Израчунати површину и запремину правилне трострае пирамиде чија је основна ивица $a = 6\text{cm}$, а бочне ивице $b = 5\text{cm}$.
3. Израчунати површину и запремину правилне четворостране зарубљене пирамиде ако су јој дужине основних ивица 32cm и 20cm, а висине 8cm.

СРЕДЊИ НИВО

1. Израчунати површину и запремину праве призме чија је основа ромб са дијагоналама $d_1 = 72\text{cm}$ и $d_2 = 96\text{cm}$, а површина омотача призме 7800cm^2 .
2. Основа пирамиде је једнакокраки троугао ABC чија је основица $BC = 8\text{cm}$ и крак дужине 5cm. Бочне ивице пирамиде су дужине по 9cm. Израчунати запремину пирамиде.
3. У праву призму која за основу има једнакокраки траpez површине 50cm^2 , са оштрим углом од 30° , уписан је ваљак. Израчунати површину и запремину ваљка чија је висина једнака краку трапеза.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Угао између висине правилне тростране пирамиде и висине њене бочне стране је α , а дужина бочне ивице је l . Наћи запремину пирамиде.
2. Центри страна тетраедра су темена новог тетраедра. Наћи однос површина и однос запремина ових тетраедара.
3. Дужина висине купе је 20, а полупречника основе је 25. Раван садржи врх купе, а налази се на одстојању 12 од центра основе купе. Израчунати површину пресека равни у купе.

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени Гаусов поступак за решавање система линеарних једначина са параметрима и без њих;
- израчуна вредност и примени детерминанте трећег реда;
- реши проблем који се своди на систем линеарних једначина

ОСНОВНИ НИВО

1. $\begin{vmatrix} x-4 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$

2. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$

3.
$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 0 \\ 2x + 2y + 4z &= 2 \\ -3x - 3y - 6z &= -3 \end{aligned}$$

СРЕДЊИ НИВО

1.
$$\begin{aligned} \alpha x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + \alpha x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 &= 1 \end{aligned}$$

НАПРЕДНИ НИВО

1.
$$\begin{aligned} \alpha x_1 + 4x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_2 - 3x_3 &= 1 \\ 2x_1 - bx_3 &= -2 \end{aligned}$$

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени својства скаларног, векторског и мешовитог производа при решавању проблема;

ОСНОВНИ НИВО

1. Доказати да су вектори \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} линеарно зависни (колинеарни) ако је: $\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, $\vec{c} = (7, -4)$
2. Дати су вектори $\vec{a} = (1, -1, 3)$, $\vec{b} = (3, -5, 6)$. Наћи пројекцију вектора $2\vec{a} - \vec{b}$ на $\vec{a} + \vec{b}$.
3. Израчунати површину троугла ABC ако је: A(6, 3, 1), B(3, 6, 1), C(1, 3, 6).

СРЕДЊИ НИВО

1. Дати су вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. Испитати да ли су вектори \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} линеарно независни и изразити вектор \vec{d} као линеарну комбинацију вектора \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} : $\vec{a} = (3, -2, 1)$, $\vec{b} = (-1, 1, -2)$, $\vec{c} = (2, 1, -3)$, $\vec{d} = (11, -6, 5)$
2. Одредити површину паралелограма ако су његове дијагонале задате векторима $2\vec{m} - \vec{n}$ и $4\vec{m} - 5\vec{n}$, где су \vec{m} и \vec{n} јединични вектори који заклапају угао од 45° .
3. Вектори \vec{a} и \vec{b} су узајамно ортогонални, а вектор \vec{c} гради са њима углове од $\frac{\pi}{3}$. Ако је $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, наћи: $(3\vec{a} - 2\vec{b}) * (\vec{b} + 3\vec{c})$.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Наћи координате вектора \vec{x} , знајући да је он нормалан на векторима $\vec{a} = (2, -3, 1)$ и $\vec{b} = (1, -2, 3)$, ако је $\vec{x} * (\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10$.
2. Израчунати дужину висине која одговара основи (\vec{a}, \vec{b}) паралелопипеда конструисаног над векторима $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

ТЕМА: Аналитичка геомтрија у равни**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- реши проблеме међусобних односа тачака и правих у координатној равни;
- реши проблеме користећи једначине праве и кривих другог реда;
- реши проблеме примењујући услов додира и једначину тангенте криве другог реда;

ОСНОВНИ НИВО

1. Наћи једначину праве која садржи тачку $M(-1, 3)$ и са правом $(p): 3x + 2y - 6 = 0$ образује угао од 45° .
2. Дата је права $x + 2y + 1 = 0$ и круг $x^2 + y^2 = 5$. Одредити једначине тангентата датог круга које су нормалне на дату праву.
3. Наћи једначине тангенти које дату елипсу додирују у тачки $A(x_1, y_1): 2x^2 + 3y^2 = 21, A(3, 1)$

СРЕДЊИ НИВО

1. Написати једначину тетиве круга $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$ која садржи тачку $A(5, 7)$, која је средиште тражене тетиве.
2. Одредити тачу на елипси (E) најближу правој (p) ако је $E: x^2 + 4y^2 = 4$, $p: y = \frac{2}{3}x + 10$.
3. Наћи једначину хиперболе $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, ако су њене асимптоте $y = \pm \frac{1}{2}x$ и ако је једна њена тангента $5x - 6y - 8 = 0$.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Дате су хипербола $3x^2 - y^2 = 12$ и парабола $y^2 = 16x$. Одредити пресечне тачке кривих и угао под којим се секу.
2. На елипси $2x^2 + y^2 = 18$ дате су тачке $A(1, 4)$ и $B(3, 0)$. Одредити на елипси тачку C тако да површина троугла ABC највећа.
3. Дате су тачке $A(1, 1), B(7, 4), C(4, 5)$. Одредити тачку D тако да $ABCD$ буде једнакокраки траpez.

ТЕМА: Математичка индукција**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- користи математичку индукцију као метод доказивања;
- примени конгруенције у проблемима са целим бројевима;

ОСНОВНИ НИВО

1. Доказати да за све природне бројеве n важи:

$$1 + 3 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Доказати да за све природне бројеве n важи:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

3. Применом математичке индукције доказати да за све природне бројеве n важи:

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

СРЕДЊИ НИВО

1. Доказати да је за све целе бројеве $n \geq 0$:

$$3 \mid 5^n + 2^{n+1}.$$

2. Доказати да је за све целе бројеве $n \geq 0$:

$$84 \mid 4^{2n} - 3^{2n} - 7, n \geq 1.$$

3. Применом математичке индукције доказати следећа тврђења:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} > \frac{13}{24}, n \geq 2.$$

НАПРЕДНИ НИВО

1. Доказати да се бројеви облика:

$$2^{2^n} + 1 \quad (n = 2, 3, \dots)$$
 завршавају цифром 7.

2. Доказати да се бројеви облика:

$$2^{4^n} - 5 \quad (n = 1, 2, \dots)$$
 завршавају цифром 1.

ТЕМА: Комплексни бројеви и полиноми**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- представи комплексан број у тригонометријском облику и израчуна степен и корен комплексног броја;
- одреди нуле и растави на чиниоце полиноме у једноставним случајевима и користи Вијетове формуле;
- примени аритметички и геометријски низ у различитим проблемима;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

ОСНОВНИ НИВО

1. Следећи комплексни број написати у тригонометријском облику: $-2 + 2\sqrt{3}i$.
2. Одредити z^6 ако је $z = \cos \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}$.
3. Применом Муаврове формуле израчунати: $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$.

СРЕДЊИ НИВО

1. Решити једначину: $z^4 + 8 + 8\sqrt{3}i = 0$
2. Израчунати:

$$\frac{(-1 + i\sqrt{3})^{13}}{(1 - i)^{20}} + \frac{(-1 - i\sqrt{3})^{15}}{(1 + i)^{20}}$$

3. Наћи вредност z тако да је: $z^4 = i$

НАПРЕДНИ НИВО

1. Доказати да се бројеви облика: $2^{2^n} + 1$ ($n = 2, 3, \dots$) завршавају цифром 7.
2. Доказати да се бројеви облика: $2^{4^n} - 5$ ($n = 1, 2, \dots$) завршавају цифром 1.

ТЕМА: Низови**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решење задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту;

ОСНОВНИ НИВО

1. Наћи први члан и разлику аритметичког низа, чији чланови задовољавају једнакости $a_2 + a_5 - a_3 = 10$, $a_2 + a_9 = 17$.
2. Збир три узастопна члана аритметичког низа је 150. Ако је највећи од њих четири пута већи од најмањег, наћи та три броја.
3. Дати су десети и двадесети члан аритметичког низа, $a_{10} = 25$, $a_{20} = 75$. Наћи збир првих десет чланова овог низа.

СРЕДЊИ НИВО

1. Између бројева 3 и 17 уметнути шест бројева тако да они са датим бројевима представљају првих 8 чланова аритметичког низа.
2. Између $9x + y$ и $x + 9y$ уметнути 7 бројева који са датим изразима чине првих 9 чланова аритметичког низа.
3. Бројеви a_1, a_2, \dots, a_{20} су првих 20 чланова аритметичког низа. Ако је збир свих чланова са непарним индексима једнак 320, а збир свих чланова са парним индексима једнак 350, израчунати a_{11} .

НАПРЕДНИ НИВО

1. Ако за аритметички низ и неке природне бројеве m и n ($m \neq n$) важи $S_m = S_n$, доказати да је $S_{m+n} = 0$.
2. Збир три узастопна члана геометријског низа је 13, а збир њихових квадрата је 91. Одредити те чланове.
3. Збир прва три члана геометријског низа је 91. Ако тим члановима додамо редом 25, 27 и 1, добићемо три узастопна члана аритметичког низа. Одредити седми члан датог геометријског низа.

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ТРЕЋИ РАЗРЕД ДРУШТВЕНО - ЈЕЗИЧКОГ СМЕРА

- 3.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други
- 3.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 3.МА.1.1.3. Примењује правила заокругливања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.
- 3.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине.
- 3.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 3.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате.
- 3.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, translације и ротације у равни.
- 3.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура и равни користећи формуле.
- 3.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле.
- 3.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.
- 3.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда.
- 3.МА.1.2.6. Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их.
- 3.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.
- 3.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа.
- 3.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 3.МА.1.4.6. Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.
- 3.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три непознате.
- 3.МА.2.2.1. Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска тврђења, метричка својства и распоред геометријских објеката.
- 3.МА.2.2.2. Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину.
- 3.МА.2.2.3. Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.
- 3.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема.
- 3.МА.2.3.1. Решава проблеме користећи својства аритметичког и геометријског низа, примењује математичку индукцију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима.
- 3.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.
- 3.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметра и једноставне системе нелинеарних једначина.
- 3.МА.3.2.4. Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ...)



ТЕМА: Полиедри и обртна тела

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- разликује узајамне положаје тачака, правих и равни у простору;
- разликује врсте правилних полиедара на основу њихових особина;
- реши геометријски проблем користећи изометријске трансформације у простору;
- израчуна површину и запремину призме, пирамиде и зарубљене пирамиде и примени их у различитим ситуацијама;
- израчуна површину и запремину ваљка, купе, зарубљене купе и лопте, и примени их у различитим ситуацијама;
- уочава равне пресеке тела и израчуна њихову површину;

ОСНОВНИ НИВО

1. Израчунати површину квадра чија је дужина дијагонале 20cm, а дужине основних ивица 4cm и 6cm.
2. Израчунати површину и запремину правилне трострае пирамиде чија је основна ивица $a = 6\text{cm}$, а бочне ивице $b = 5\text{cm}$.
3. Израчунати површину и запремину правилне четворостране зарубљене пирамиде ако су јој дужине основних ивица 32cm и 20cm, а висине 8cm.

СРЕДЊИ НИВО

1. Израчунати површину и запремину праве призме чија је основа ромб са дијагоналама $d_1 = 72\text{cm}$ и $d_2 = 96\text{cm}$, а површина омотача призме 7800cm^2 .
2. Основа пирамиде је једнакокраки троугао ABC чија је основица $BC = 8\text{cm}$ и крак дужине 5cm. Бочне ивице пирамиде су дужине по 9cm. Израчунати запремину пирамиде.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Угао између висине правилне тростране пирамиде и висине њене бочне стране је α , а дужина бочне ивице је l . Наћи запремину пирамиде.

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени Гаусов поступак за решавање система линеарних једначина са параметрима и без њих;
- израчуна вредност и примени детерминанте трећег реда;
- реши проблем који се своди на систем линеарних једначина

ОСНОВНИ НИВО

1. $\begin{vmatrix} x-4 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$

2. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$

3.
$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 0 \\ 2x + 2y + 4z &= 2 \\ -3x - 3y - 6z &= -3 \end{aligned}$$

СРЕДЊИ НИВО

1.
$$\begin{aligned} \alpha x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + \alpha x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 &= 1 \end{aligned}$$

НАПРЕДНИ НИВО

1.
$$\begin{aligned} \alpha x_1 + 4x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_2 - 3x_3 &= 1 \\ 2x_1 - bx_3 &= -2 \end{aligned}$$

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени својства скаларног, векторског и мешовитог производа при решавању проблема;

ОСНОВНИ НИВО

1. Доказати да су вектори \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} линеарно зависни (колинеарни) ако је: $\vec{a} = (3, -2)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, $\vec{c} = (7, -4)$
2. Дати су вектори $\vec{a} = (1, -1, 3)$, $\vec{b} = (3, -5, 6)$. Наћи пројекцију вектора $2\vec{a} - \vec{b}$ на $\vec{a} + \vec{b}$.
3. Израчунати површину троугла ABC ако је: A(6, 3, 1), B(3, 6, 1), C(1, 3, 6).

СРЕДЊИ НИВО

1. Дати су вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. Испитати да ли су вектори \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} линеарно независни и изразити вектор \vec{d} као линеарну комбинацију вектора \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} : $\vec{a} = (3, -2, 1)$, $\vec{b} = (-1, 1, -2)$, $\vec{c} = (2, 1, -3)$, $\vec{d} = (11, -6, 5)$
2. Одредити површину паралелограма ако су његове дијагонале задате векторима $2\vec{m} - \vec{n}$ и $4\vec{m} - 5\vec{n}$, где су \vec{m} и \vec{n} јединични вектори који заклапају угао од 45° .
3. Вектори \vec{a} и \vec{b} су узајамно ортогонални, а вектор \vec{c} гради са њима углове од $\frac{\pi}{3}$. Ако је $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, наћи: $(3\vec{a} - 2\vec{b}) * (\vec{b} + 3\vec{c})$.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Наћи координате вектора \vec{x} , знајући да је он нормалан на векторима $\vec{a} = (2, -3, 1)$ и $\vec{b} = (1, -2, 3)$, ако је $\vec{x} * (\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10$.
2. Израчунати дужину висине која одговара основи (\vec{a}, \vec{b}) паралелопипеда конструисаног над векторима $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

ТЕМА: Аналитичка геомтрија у равни**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- реши проблеме међусобних односа тачака и правих у координатној равни;
- реши проблеме користећи једначине праве и кривих другог реда;
- реши проблеме примењујући услов додира и једначину тангенте криве другог реда;

ОСНОВНИ НИВО

1. Наћи једначину праве која садржи тачку $M(-1, 3)$ и са правом $(p): 3x + 2y - 6 = 0$ образује угао од 45° .
2. Дата је права $x + 2y + 1 = 0$ и круг $x^2 + y^2 = 5$. Одредити једначине тангената датог круга које су нормалне на дату праву.
3. Наћи једначине тангенти које дату елипсу додирују у тачки $A(x_1, y_1): 2x^2 + 3y^2 = 21, A(3, 1)$

СРЕДЊИ НИВО

1. Написати једначину тетиве круга $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$ која садржи тачку $A(5, 7)$, која је средиште тражене тетиве.
2. Наћи једначину хиперболе $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, ако су њене асимптоте $y = \pm \frac{1}{2}x$ и ако је једна њена тангента $5x - 6y - 8 = 0$.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Дате су хипербола $3x^2 - y^2 = 12$ и парабола $y^2 = 16x$. Одредити пресечне тачке кривих и угао под којим се секу.

ТЕМА: Математичка индукција

ИСХОДИ

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- користи математичку индукцију као метод доказивања;
- примени конгруенције у проблемима са целим бројевима;

ОСНОВНИ НИВО

1. Доказати да за све природне бројеве n важи:

$$1 + 3 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Доказати да за све природне бројеве n важи:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

СРЕДЊИ НИВО

1. Доказати да је за све целе бројеве $n \geq 0$:

$$3 \mid 5^n + 2^{n+1}.$$

2. Доказати да је за све целе бројеве $n \geq 0$:

$$84 \mid 4^{2n} - 3^{2n} - 7, n \geq 1.$$

НАПРЕДНИ НИВО

ТЕМА: Низови**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- доказује једноставније математичке теореме и аргуменује решење задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту;

ОСНОВНИ НИВО

1. Наћи први члан и разлику аритметичког низа, чији чланови задовољавају једнакости $a_2 + a_5 - a_3 = 10$, $a_2 + a_9 = 17$.
2. Збир три узастопна члана аритметичког низа је 150. Ако је највећи од њих четири пута већи од најмањег, наћи та три броја.
3. Дати су десети и двадесети члан аритметичког низа, $a_{10} = 25$, $a_{20} = 75$. Наћи збир првих десет чланова овог низа.

СРЕДЊИ НИВО

1. Између бројева 3 и 17 уметнути шест бројева тако да они са датим бројевима представљају првих 8 чланова аритметичког низа.
2. Између $9x + y$ и $x + 9y$ уметнути 7 бројева који са датим изразима чине првих 9 чланова аритметичког низа.

НАПРЕДНИ НИВО

1. Збир три узастопна члана геометријског низа је 13, а збир њихових квадрата је 91. Одредити те чланове.
2. Збир прва три члана геометријског низа је 91. Ако тим члановима додамо редом 25, 27 и 1, добићемо три узастопна члана аритметичког низа. Одредити седми члан датог геометријског низа.

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ЧЕТВРТИ РАЗРЕД ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКОГ СМЕРА

- 2МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине.
- 2МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 2МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свде на систем две линеарне једначине са две непознате.
- 2МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.
- 2МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.
- 2МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 2МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).
- 2МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја.
- 2МА.1.4.1. Пребројава и процењује број могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама.
- 2МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће, израчунава и процењује вероват ноће догађаја у једноставним ситуацијама.
- 2МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.
- 2МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.
- 2МА.2.1.3. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.
- 2МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције.
- 2МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.
- 2МА.2.1.8. Решава проблеме који се свде на системе линеарних једначина са највише три непознате.
- 2МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).
- 2МА.2.2.3. Решава проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.
- 2МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима.
- 2МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.
- 2МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...).
- 2МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција.

- 2MA.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.
- 2MA.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције.
- 2MA.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама.
- 2MA.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина).
- 2MA.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу).
- 2MA.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.
- 2MA.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.
- 2MA.3.1.2. Израчунава вредност бројевног израза користећи својства операција и функција.
- 2MA.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости.
- 2MA.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.
- 2MA.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина.
- 2MA.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама.
- 2MA.3.3.2. Израчунава граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа података, изводи и интерпретира закључке.
- 2MA.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.
- 2MA.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција.
- 2MA.3.3.5. Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун.
- 2MA.3.3.6. Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих).
- 2MA.3.4.1. Решава сложеније комбинаторне проблеме.
- 2MA.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке и одлуке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике.
- 2MA.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле.
- 2MA.3.4.4. Користи методе вероватноће и статистике у финансијама.

ТЕМА: ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ НИЗА**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Гранична вредност низа.

Ученик ће бити у стању да израчуна граничну вредност низа

ОСНОВНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2}{3n+2} - \frac{8n^2}{6n-5} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+4}{3n-5} \right)^{5n-12}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+3n+2} \right)^{3n-2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(4 - 3n + \sqrt{9n^2 - 6n + 2} \right)$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3 + 3n^2} - \sqrt{n^2 - 2n} \right)$$

Збир бесконачног геометријског низа

Ученик ће бити у стању да израчуна граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа

ОСНОВНИ НИВО

Израчунати збир:

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} - \frac{1}{32} + \frac{1}{81} - \frac{1}{128} \dots$$

СРЕДЊИ НИВО

Решити једначину:

$$2 - 2x + 5x^2 + 4x^3 - 10x^4 - 8x^5 + 20x^6 + \dots = 3$$

НАПРЕДНИ НИВО

У лопту полупречника R је уписан правилан тетраедар, а у њега уписана нова лопта, у коју је опет уписан тетраедар и тако у бесконачност. Израчунати збир запремина свих тела.

ТЕМА: ФУНКЦИЈЕ**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција;
- одреди сложену и инверзну функцију;
- користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...);
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Важнији појмови и својства реалних функција реалне променљиве

Ученик ће бити у стању да користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...);

ОСНОВНИ НИВО

Одредити домен, нуле, знак и парност функције

$$f(x) = \frac{3x^2 + 7x + 4}{4 - x^2}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити домен, нуле, знак и парност функције

$$f(x) = \frac{9 + 3x - 2x^2}{2 - \ln(x + 2)}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити домен, нуле, знак и парност функције

$$f(x) = \frac{1 - \sqrt[5]{9 - x^3}}{2 + 3 \ln(x + 2)}$$

Сложена функција. Инверзна функција

Ученик ће бити у стању да одреди сложену и инверзну функцију

ОСНОВНИ НИВО

Дате су функције $f(x) = 3 - 7x$ и $g(x) = \frac{x}{x - 2}$

Одредити $f^{-1} \circ g$

СРЕДЊИ НИВО

Дате су функције $f(x) = e^x - 1$ и $g(x) = \frac{x}{x - 2}$

Одредити $f^{-1} \circ g$

НАПРЕДНИ НИВО

Дате су функције $f(x) = \frac{x - 3}{7 - x}$ и

$g(x) = \log_5(x - 2)$. Одредити $f^{-1} \circ g^{-1}$

Гранична вредност функције. Непрекидност функције

Ученик ће бити у стању да израчуна граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција;

ОСНОВНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 8}{3x^2 - x - 14}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 8x}{3x}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{x-6} - 1}{2x^2 - 13x - 7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 7x + 8x^2 - 8x}{2x - 5 \sin x \cos x}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$$

Одредити вредност параметра k тако да

$$\text{функција } f(x) = \begin{cases} (1+x^3)^{\frac{1}{3x-x^3}}, & x > 0 \\ \frac{x^2+3x+1}{7-3k}, & x \leq 0 \end{cases} \text{ буде}$$

непрекидна у $x=0$.**Асимптоте**

Ученик ће бити у стању да примени граничну вредност функције на одређивање асимптота

ОСНОВНИ НИВО

Одредити асимптоте функције

$$f(x) = \frac{3x^2 - x - 10}{1 - 3x}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити асимптоте функције

$$f(x) = \ln \frac{2x-3}{2x}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити асимптоте функције

$$f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 4x + 4}}$$

ТЕМА: ИЗВОД ФУНКЦИЈЕ**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања;
- примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема, укључујући екстремалне и друге проблеме оптимизације у природним и друштвеним наукама и свакодневном животу;
- испита ток и скицира график функције;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Извод функције. Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција.

Ученик ће бити у стању да израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања

ОСНОВНИ НИВО

Одредити први извод функције:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^4} - 5x^7 - \frac{4-x^4}{x^4}$$

$$f(x) = 5x^6 \ln x$$

Одредити други извод функције:

$$f(x) = \frac{4-2x-3x^2}{3x-4}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити први извод функције:

$$f(x) = \frac{3-2xe^x}{\arcsin x}$$

$$f(x) = \sin e^{\sqrt{5-x^3}}$$

Одредити други извод функције:

$$f(x) = \ln \frac{2x-3}{2x}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити извод функције:

$$f(x) = x(\ln x)^{1-\cos x}$$

Доказати да функција $y = e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}$ задовољава ј-ну $xy'' + \frac{1}{2}y' - \frac{1}{4}y = 0$

Примена извода на екстремалне проблеме.

Ученик ће бити у стању да примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема, укључујући екстремалне и друге проблеме оптимизације у природним и друштвеним наукама и свакодневном животу

ОСНОВНИ НИВО

Од свих правоугаоника обима 20 одредити онај који има највећу површину.

СРЕДЊИ НИВО

Одредити ваљак максималне запремине који је уписан у лопту полупречника R.

НАПРЕДНИ НИВО

Запремина отвореног резервоара облика квадрата са квадратним дном је V. Одредити страницу основе и дубину резервоара тако да се за његово поплочавање утроши најмање плочица.

Испитивање функције и њен график		
Ученик ће бити у стању да испита понашање функције и скицира њен график		
ОСНОВНИ НИВО Испитати функцију и скицирати график $f(x) = \frac{-x^2 + 7x - 10}{1 - x}$	СРЕДЊИ НИВО Испитати функцију и скицирати график $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$	НАПРЕДНИ НИВО Испитати функцију и скицирати график $f(x) = \frac{3 - x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
Диференцијал и његова примена код апроксимације функција.		
Ученик ће бити у стању да примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема		
ОСНОВНИ НИВО Наћи диференцијал f -је $f(x) = \sqrt{x}$ у тачки $x=2$ ако је прираштај 0,1	СРЕДЊИ НИВО Приближно израчунати $\ln 1.01$	НАПРЕДНИ НИВО Приближно израчунати $\sin 61^\circ$

ТЕМА: ИНТЕГРАЛ**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл;
- примени одређени интеграл на решавање различитих проблема;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Неодређени интеграл.

Ученик ће бити у стању да изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Решити интеграл: $\int \sin(11 - 5x) dx$ $\int (x^2 + 2)e^x dx$	Решити интеграл: $\int (7 - 4x) \ln^2 x dx$ $\int \frac{3x - 2 - \arcsin^3 x}{\sqrt{8 - 8x^2}} dx$	Решити интеграл: $\int (2x + 1) \arctg x dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{2x - 1} - \sqrt[4]{2x - 1}}$

Одређени интеграл, Њутн-Лајбницова формула

Ученик ће бити у стању да примени Њутн-Лајбницову формулу на израчунавање вредности одређеног интеграла

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Израчунати одређени интеграл: $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11 + 5x)^3}$ $\int_1^e x \ln x dx$	Израчунати одређени интеграл: $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{3dx}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}}$ $\int_{2-e}^1 \ln(2 - x) dx$	Израчунати одређени интеграл: $\int_2^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}$

Примене одређеног интеграла

Ученик ће бити у стању да примени одређени интеграл на решавање различитих проблема

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Израчунати површину фигуре која је ограничена линијама $y = 7x - 2x^2$ и $2x + 2y = 7$.	Израчунати запремину тела која настаје ротацијом око y -осе површи која је ограничена линијама $y = x^3$ и $y = \sqrt{x}$	Израчунати површину фигуре која је ограничена линијама $y = \frac{2x + x^2}{e^x}$ и $y = 0$.

ТЕМА: КОМБИНАТОРИКА**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени елементе комбинаторике у реалним ситуацијама;
- примени биномни образац на решавање различитих проблема;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Основна правила. Варијације. Пермутације. Комбинације (без понављања).

Ученик ће бити у стању да примени елементе комбинаторике у реалним ситуацијама

ОСНОВНИ НИВО

Од 15 војника треба изабрати тројицу за стражу.
На колико начина се може извршити избор?

Колико се четвороцифрених бројева може написати помоћу цифара 0,1,2,3,4,5,6?

На колико начина се два момка и 6 девојака могу сместити у ред у биоскопу тако да момци седе на крајевима?

СРЕДЊИ НИВО

На колико начина се на полици могу распоредити 30 књига тако да две одређене књиге не буду једна до друге?

Дато је у равни 10 црвених и 8 плавих тачака, тако да било које три нису колинеарне. Колико има троуглова са теменама у датим тачкама код којих сва темена нису исте боје?

НАПРЕДНИ НИВО

На колико начина се кутија од 20 цигарета може поделити између 4 пушача тако да свако добије бар по једну цигарету?

Од девет књига треба изабрати 5, под условом да ако се изабере књига А, обавезно мора да се узме и њен наставак - књига Б. На колико начина се може извршити избор?

Биномни образац.

Ученик ће бити у стању да примени биномни образац на решавање различитих проблема

ОСНОВНИ НИВО

Одредити седми члан у развоју бинома

$$\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^9$$

СРЕДЊИ НИВО

Збир првог, другог и трећег биномног коефицијента у развоју бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ је 46.
Наћи члан који не садржи x .

НАПРЕДНИ НИВО

Трећи члан у развоју бинома $(x + x^{\ln x})^5$ једнак је 1000000. Одредити x .

ТЕМА: ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- одреди вероватноћу случајног догађаја;
- одреди вероватноћу неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја и на основу тога доноси одлуке;
- одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине;
- изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;
- доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака;
- проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.

Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност.

Ученик ће бити у стању да одреди вероватноћу случајног догађаја и одреди вероватноћу неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја и на основу тога доноси одлуке.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
<p>Из кутије у којој се налази 5 белих и 7 црних куглица извлачимо две куглице. Која је вероватноћа да извучемо две беле?</p> <p>Два стрелца гађају у циљ. Први га погађа са вероватноћом од 60%, а други 70%. Која је вероватноћа да ће циљ бити погођен?</p>	<p>Из кутије у којој се налази 5 белих и 7 црних куглица извучене су три куглице и пребачене у другу кутију у којој су биле две беле и 5 црних куглица. Из друге кутије извлачимо једну куглицу. Која је вероватноћа да извучемо белу?</p> <p>Која је вероватноћа да се добије збир 14 ако бацамо: а) три коцкице; б) једанаест коцкица?</p>	<p>Из кутије у којој се налази m белих и n црних куглица извучено је k куглица. Ако су све извучене куглице исте боје, која је вероватноћа да су све беле?</p> <p>На случајан начин бирамо тачку (x, y) у квадрату $[0, 1] \times [0, 1]$. Која је вероватноћа да за координате тре тачке важи $y \leq x^2$?</p>

Биномна вероватноћа. Случајне величине. Очекивана вредност и дисперзија. Биномна, Пуасонова и нормална расподела.

Ученик ће бити у стању да одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
<p>Коцкица је бачена 6 пута. Колика је вероватноћа да ће пасти четири шестике?</p>	<p>Стрелац гађа у циљ 8 пута и сваки пут га погађа са вероватноћом $2/3$. Наћи очекивану вредност и дисперзију броја погодака.</p>	<p>Машина се сатоји од 200 делова који раде независно један од другог. Вероватноћа да у извесном периоду T откаже део је 0,03 за сваки од делова. Машина стаје ако се поквари више од 10 делова. Која је вероватноћа да машина стане за време T?</p>

Статистика. Популација, обележје и узорак

Ученик ће бити у стању да изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира

ОСНОВНИ НИВО**СРЕДЊИ НИВО****НАПРЕДНИ НИВО**

МАТЕМАТИКА

СТАНДАРДИ ЗА ЧЕТВРТИ РАЗРЕД ДРУШТВЕНО – ЈЕЗИЧКОГ СМЕРА

- 2МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други.
- 2МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2МА.1.1.3. Примењује правила заокругљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама.
- 2МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе.
- 2МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине.
- 2МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине.
- 2МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свде на систем две линеарне једначине са две непознате.
- 2МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их.
- 2МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни.
- 2МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса.
- 2МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту).
- 2МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја.
- 2МА.1.4.1. Пребројава и процењује број могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама.
- 2МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће, израчунава и процењује вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама.
- 2МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу
- 2МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.
- 2МА.2.1.3. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер.
- 2МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе.
- 2МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције.
- 2МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине.
- 2МА.2.1.8. Решава проблеме који се свде на системе линеарних једначина са највише три непознате.
- 2МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције).
- 2МА.2.2.3. Решава проблеме користећи једначину праве и криве другог реда.
- 2МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима.

2MA.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса.

2MA.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...).

2MA.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција.

2MA.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.

2MA.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције.

2MA.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама.

2MA.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина).

2MA.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу).

2MA.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.

2MA.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.

ТЕМА: ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ НИЗА**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Гранична вредност низа.

Ученик ће бити у стању да израчуна граничну вредност низа

ОСНОВНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2}{3n+2} - \frac{8n^2}{6n-5} \right)$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+4}{3n-5} \right)^{5n-12}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(4 - 3n + \sqrt{9n^2 - 6n + 2} \right)$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 3n + 2} \right)^{3n-2}$$

Збир бесконачног геометријског низа

Ученик ће бити у стању да израчуна граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа

ОСНОВНИ НИВО

Израчунати збир:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

СРЕДЊИ НИВО

Решити једначину:

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} - \frac{1}{32} + \frac{1}{81} - \frac{1}{128} \dots$$

НАПРЕДНИ НИВО

$$2 - 2x + 5x^2 + 4x^3 - 10x^4 - 8x^5 + 20x^6 + \dots = 3$$

ТЕМА: ФУНКЦИЈЕ**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција;
- одреди сложену и инверзну функцију;
- користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...);
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Важнији појмови и својства реалних функција реалне променљиве

Ученик ће бити у стању да користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...);

ОСНОВНИ НИВО

Одредити домен, нуле, знак и парност функције

$$f(x) = \frac{1-x}{x+2}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити домен, нуле, знак и парност функције

$$f(x) = \frac{3x^2 + 7x + 4}{4 - x^2}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити домен, нуле, знак и парност функције

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4}$$

Сложена функција. Инверзна функција

Ученик ће бити у стању да одреди сложену и инверзну функцију

ОСНОВНИ НИВО

Дате су функције $f(x) = 3 - 7x$ и $g(x) = \frac{x}{x-2}$

Одредити $f^{-1} \circ g$

СРЕДЊИ НИВО

Дате су функције $f(x) = e^x - 1$ и $g(x) = \frac{x}{x-2}$

Одредити $f^{-1} \circ g$

НАПРЕДНИ НИВО

Дате су функције $f(x) = \frac{x-3}{7-x}$ и

$g(x) = \log_5(x-2)$. Одредити $f^{-1} \circ g^{-1}$

Гранична вредност функције. Непрекидност функције

Ученик ће бити у стању да израчуна граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција;

ОСНОВНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 8}{3x^2 - x - 14}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 8x}{3x}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{x-6} - 1}{2x^2 - 13x - 7}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 7x + 8x^2 - 8x}{2x - 5 \sin x \cos x}$$

Асимптоте

Ученик ће бити у стању да примени граничну вредност функције на одређивање асимптота

ОСНОВНИ НИВО

Одредити асимптоте функције

$$f(x) = \frac{1-x}{x+2}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити асимптоте функције

$$f(x) = \frac{3x^2 - x - 10}{1 - 3x}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити асимптоте функције

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4}$$

ТЕМА: ИЗВОД ФУНКЦИЈЕ**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања;
- примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема, укључујући екстремалне и друге проблеме оптимизације у природним и друштвеним наукама и свакодневном животу;
- испита ток и скицира график функције;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Извод функције. Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција.

Ученик ће бити у стању да израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања

ОСНОВНИ НИВО

Одредити први извод функције:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^4} - 5x^7 - \frac{4-x^4}{x^4}$$

$$f(x) = 5x^6 \ln x$$

Одредити други извод функције:

$$f(x) = \frac{4-2x-3x^2}{3x-4}$$

СРЕДЊИ НИВО

Одредити први извод функције:

$$f(x) = \frac{3-2xe^x}{\arcsin x}$$

Одредити други извод функције:

$$f(x) = \ln \frac{2x-3}{2x}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Одредити први извод функције:

$$f(x) = \sin e^{\sqrt{5-x^3}}$$

Испитивање функције и њен график

Ученик ће бити у стању да испита понашање функције и скицира њен график

ОСНОВНИ НИВО

Испитати функцију и скицирати график

$$f(x) = \frac{1-x}{x+2}$$

СРЕДЊИ НИВО

Испитати функцију и скицирати график

$$f(x) = \frac{-x^2+7x-10}{1-x}$$

НАПРЕДНИ НИВО

Испитати функцију и скицирати график

$$f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-4}$$

ТЕМА: ИНТЕГРАЛ**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл;
- примени одређени интеграл на решавање различитих проблема;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Неодређени интеграл.

Ученик ће бити у стању да изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл

ОСНОВНИ НИВО Решити интеграл: $\int \sin(11 - 5x) dx$ $\int (x^2 + 2)e^x dx$	СРЕДЊИ НИВО Решити интеграл: $\int \frac{3x - 2 - \arcsin^3 x}{\sqrt{8 - 8x^2}} dx$	НАПРЕДНИ НИВО Решити интеграл: $\int (7 - 4x) \ln^2 x dx$
---	--	--

Одређени интеграл, Њутн-Лајбницова формула

Ученик ће бити у стању да примени Њутн-Лајбницову формулу на израчунавање вредности одређеног интеграла

ОСНОВНИ НИВО Израчунати одређени интеграл: $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11 + 5x)^3}$	СРЕДЊИ НИВО Израчунати одређени интеграл: $\int_1^e x \ln x dx$	НАПРЕДНИ НИВО Израчунати одређени интеграл: $\int_{2-e}^1 \ln(2 - x) dx$
---	--	---

Примене одређеног интеграла

Ученик ће бити у стању да примени одређени интеграл на решавање различитих проблема

ОСНОВНИ НИВО Израчунати површину фигуре која је ограничена правама $y = 3x - 2$, $y = -2x - 8$ и x осом.	СРЕДЊИ НИВО Израчунати површину фигуре која је ограничена линијама $y = 7x - 2x^2$ и $2x + 2y = 7$.	НАПРЕДНИ НИВО Израчунати површину фигуре која је ограничена линијама $3x^2 + 4y^2 = 12$ и $y^2 = 2x$.
---	--	--

ТЕМА: КОМБИНАТОРИКА**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- примени елементе комбинаторике у реалним ситуацијама;
- примени биномни образац на решавање различитих проблема;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Основна правила. Варијације. Пермутације. Комбинације (без понављања).

Ученик ће бити у стању да примени елементе комбинаторике у реалним ситуацијама

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
<p>Од 15 војника треба изабрати тројицу за стражу. На колико начина се може извршити избор?</p> <p>Колико се четвороцифрених бројева може написати помоћу цифара 0,1,2,3,4,5,6?</p> <p>На колико начина се два момка и 6 девојака могу сместити у ред у биоскопу тако да момци седе на крајевима?</p>	<p>На колико начина се на полици могу распоредити 30 књига тако да две одређене књиге не буду једна до друге?</p> <p>Дато је у равни 10 црвених и 8 плавих тачака, тако да било које три нису колинеарне. Колико има троуглова са теменима у датим тачкама код којих сва темена нису исте боје?</p>	<p>На колико начина се кутија од 20 цигарета може поделити између 4 пушача тако да свако добије бар по једну цигарету?</p> <p>Од девет књига треба изабрати 5, под условом да ако се изабере књига А, обавезно мора да се узме и њен наставак - књига Б. На колико начина се може извршити избор?</p>

Биномни образац.

Ученик ће бити у стању да примени биномни образац на решавање различитих проблема

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
<p>Одредити седми члан у развоју бинома $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^9$</p>	<p>Збир првог, другог и трећег биномног коефицијента у развоју бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ је 46. Наћи члан који не садржи x.</p>	<p>Трећи члан у развоју бинома $(x + x^{\ln x})^5$ једнак је 1000000. Одредити x.</p>

ТЕМА: ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА**ИСХОДИ**

По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:

- одреди вероватноћу случајног догађаја;
- одреди вероватноћу неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја и на основу тога доноси одлуке;
- одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине;
- изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира;
- анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења;
- користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења;

Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност.

Ученик ће бити у стању да одреди вероватноћу случајног догађаја и одреди вероватноћу неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја и на основу тога доноси одлуке.

ОСНОВНИ НИВО

Из кутије у којој се налази 5 белих и 7 црних куглица извлачимо две куглице. Која је вероватноћа да извучемо две беле?

Два стрелца гађају у циљ. Први га погађа са вероватноћом од 60%, а други 70%. Која је вероватноћа да ће циљ бити погођен?

СРЕДЊИ НИВО

Из кутије у којој се налази 5 белих и 7 црних куглица извучене су три куглице и пребачене у другу кутију у којој су биле две беле и 5 црних куглица. Из друге кутије извлачимо једну куглицу. Која је вероватноћа да извучемо белу?

Која је вероватноћа да се добије збир 14 ако бацамо: а) три коцкице; б) једанаест коцкица?

НАПРЕДНИ НИВО

Из кутије у којој се налази m белих и n црних куглица извучено је k куглица. Ако су све извучене куглице исте боје, која је вероватноћа да су све беле?

На случајан начин бирамо тачку (x, y) у квадрату $[0, 1] \times [0, 1]$. Која је вероватноћа да за координате тре тачке важи $y \leq x^2$?

Биномна вероватноћа. Случајне величине. Очекивана вредност и дисперзија. Биномна, Пуасонова и нормална расподела.

Ученик ће бити у стању да одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине

ОСНОВНИ НИВО

Коцкица је бачена 6 пута. Колика је вероватноћа да ће пасти четири шестике?

СРЕДЊИ НИВО

Стрелац гађа у циљ 8 пута и сваки пут га погађа са вероватноћом $2/3$. Наћи очекивану вредност и дисперзију броја погодака.

НАПРЕДНИ НИВО

Машина се сатоји од 200 делова који раде независно један од другог. Вероватноћа да у извесном периоду T откаже део је 0,03 за сваки од делова. Машина стаје ако се поквари више од 10 делова. Која је вероватноћа да машина стане за време T ?

Статистика. Популација, обележје и узорак

Ученик ће бити у стању да изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира

ОСНОВНИ НИВО**СРЕДЊИ НИВО****НАПРЕДНИ НИВО**